

ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN ÇEMBER KONUSUNDAKİ TEMEL HATALARI VE KAVRAM YANILGILARI

Doç. Dr. Nesrin ÖZSOY

Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi,
İlköğretim Matematik Eğitimi Bölümü, nesrin@balikesir.edu.tr
Nuran KEMANKAŞLI

Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi, OFMA,
Matematik Eğitimi, Doktora Öğrencisi, nuranke@yahoo.com

ÖZET:

Geometri bilgisi, matematiğin önemli alt dallarından biridir. Kavram ise, nesnelerin ya da olayların ortak özelliklerini kapsayan ve ortak ad altında toplayan soyut ve genel fikirdir. Geometrinin bir konusu olan çember bilgisi, öğrencilere ilköğretimin üçüncü sınıfından itibaren verilmektedir. Çemberde açı konusunda yapılabilecek kavram yanılması, ileriki geometrik bilgileri doğrudan etkileyebilecek niteliktedir. O nedenle açı kavramı algılanması seçildi. Araştırmada, ortaöğretim öğrencilerin geometri dersinde çemberde açılar konusundaki öğrenme düzeyleri, hatalar ve kavram yanılması açısından incelenmiş ve öğretmenlere bazı önerilerde bulunulmuştur. Araştırmanın amacını gerçekleştirmek için, 2003-2004 öğretim yılında Balıkesir Muharrem Hasbi Lisesi'nde okuyan 11. sınıflardan 3 şube olmak üzere toplam 70 öğrenci örnekleme alınmıştır. Veriler, 12 tane açık uçlu soru içeren sınavdan elde edilmiştir. Çalışmada, 12 soru içinden seçilen 5 soru üzerinde durulmaktadır. Elde edilen bulgular sonucunda hataların nedenleri şöyle özetlenebilir: Öğrenciler, sorularda çemberdeki iç, dış, merkez ve çevre açı kavramları arasında bağlantı kuramamakta, sorulardaki çember içindeki üçgensel ve dörtgensel bölgelerdeki açı kavramlarında bazı özellikleri uygulamakta zorlanmakta ve sorulardaki verileri iyi analiz edememektedirler.

Anahtar Kelimeler: Geometri, çember, açılar, kavram yanılması, hata analizi

MISCONCEPTIONS AND MAIN ERRORS OF SECONDARY EDUCATION IN CIRCLE SUBJECT

ABSTRACT:

The knowledge Geometry is one of the important secondary branches of Maths. Concept which includes the common features of events and objects and gathers them under a certain name is an abstract and common idea. Circle introduction which is the subject of geometry lesson is given for students from 3th grade in elementary education. Misconceptions about circle knowledge have the quality which affects directly to the geometric knowledge. So, the realization concept of angles was chosen. In this research secondary education students' concepts of angles in circle in geometry lesson according to their errors and misconceptions and some suggestions have been offered to the teachers. The purpose of this research is to examine the sample includes 70 students that is three 11th grade selected from the High School of Muharrem Hasbi in Balıkesir 2003-2004 academic year. Data are collected through a test including 12 open-ended questions. Data had been taken including 12 open-ending questions. In this study 5 of the 12 questions were taken into consideration. The reason of the errors can be summarized as follows: Students can not make contact with the concepts of interior, exterior, center and environment angles in a circle, students are forced themselves to practise some properties in angle concepts of triangulation and quadrilateralation regions into circle. Data with questions of angle are not analyzed well.

Key Words: Geometry, circle, angles, misconceptions, error analysis.

1. GİRİŞ

Öğrenciler, küçük yaşlardan itibaren geometri öğrenimi ile çevrelerindeki fiziksel dünyayı görmeye, bilmeye ve anlamaya başlar ve ileriki yaşlara doğru tümevarımlı veya tümdengelimli sistemin içinde gelişen yüksek düzeyde geometriksel düşünme ile öğrenimlerini sürdürürler. Geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine ilişkin bir çalışma Hollandalı eğitimciler Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele Geldof tarafından yapılmış ve çalışmada geometrik düşünmenin gelişimi beş düzeyde gösterilmiştir. Buna göre, lise düzeyi mantıksal çıkarım düzeyi olup; bu düzeydeki öğrenci, aksiyomatik yapıyı kullanabilir, teorem ve tanımlara dayalı olarak yapılan ispatın anlam ve önemini kavrayabilir, daha önce kanıtlanmış teoremlerden ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri ispatlayabilir. Geometrinin kuruluşundaki aksiyomatik yapının sezdirilmesiyle de, öğrencide olumlu bir tutumun geliştirilebilir (Altun, 2000; Ubuz, 1999).

NCTM standartlarına göre, geometri dersinde öğrenciler geometrik şekil ve yapılarla bunların karakteristik özelliklerini ve birbirleriyle olan ilişkilerini öğrenirler. Bununla birlikte uzamsal görselleştirme (spatial visualization), bir geometrik şekli iki veya üç boyutlu uzayda akıldan oluşturabilmenin ve değişik açılardan bakabilmenin geometrik düşünmenin en önemli parçası olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca, geometri, uzun bir süredir öğrencilerin usavurmaya öğrendikleri ve matematiğin belitsel (axiomatic) yapısını gördükleri bir ders olarak okul matematik yetişğinde olduğu ve geometri Standardının, dikkatli usavurmanın geliştirilmesine, tanım ve gerçeklerden yola çıkarak kanıt yapılmasına odaklandığı açıklanmıştır (Ersoy, 2003).

İnsanlar, yeni şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler ve sahip oldukları bu ön kavramlar bazen yeni kavramların öğrenilmesinde zorluk çıkarır ve böylece yanlış öğrenilmeye neden olurlar. Ayrıca, daha önce sınırlı bir ortamda doğru olan bir kavram, ortam genişletildiği zaman rahatlıkla kavram yanlışına dönüşebilir. Kavram yanlışlığı öğrenmeye engel oluşturan kavramsal engeller anlamında kullanılırken, “Hata”, yanıtlardaki yanlışlıklar olarak ele alınmaktadır (Baki & Bell 1997; Ubuz, 1999).

Genel olarak öğrenme, çevresel koşulların değişmesiyle bireyin davranışlarında meydana gelen değişme olarak ve kavram öğrenme ise, uyarınları belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturma olarak tanımlanmıştır. Ayrıca, yeterli bir öğrenmede bu bilgilerin davranışlarla bütünleşmesi gerekir. Kavram bilgisi, birey tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkilerdir. Kavramsal bilgide anlam önemli olup, birey varolan bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi zihninde yapılandırır, yeni bilgiyle bütünleştirilerek birey tarafından içselleştirilir (Ersoy, 2003; Ülgen, 2001).

Ubuz, çalışmasında, temel geometri konularındaki hata ve kavram yanlışlarını cinsiyet açısından incelemiş ve çalışmada açık uçlu sorular kullanmıştır (Ubuz, 1999).

Yapılan literatür taraması ile geometri öğretimi, kavram ve hata bilgisi ile ilgili birçok çalışmaya ulaşılrken, ülkemizde çember konusunda önemli yanlış ve hataları konu edinen çalışmalara az rastlanmaktadır. Bu nedenle çalışmanın amacı, lise III. sınıf F (fen) ve TM (türkçe-matematik) şubelerindeki öğrencilerin, geometri dersinde çemberde açılar konusunu kavramaları esnasında ortaya koydukları hata ve kavram yanlışlarını, iki farklı şubenin karşılaştırılarak, hata analizlerinin yapılmasıdır.

2. YÖNTEM

Geometrinin bir konusu olan, çember ile ilgili kavramlar öğrencilere ilköğretimin üçüncü sınıfından itibaren vermeye başlanmakta olup, sonrasında 7. sınıflarda gösterilmektedir. Ortaöğretimde ise, lise 3. sınıf düzeyinde Geometri II. Dersinin müfredatında olan çember bilgisi, Fen şubelerinde haftada 4 saat, TM (türkçe-matematik) şubelerinde haftada 2 saat olarak verilmektedir.

Bu çalışmada, lise üçüncü sınıf öğrencilerinin geometri dersinde Van Hiele Düzeylerinin 4. düzeyi olan mantıksal çıkarım düzeyinde olup olmadıkları araştırılmış ve çemberde açılar konusundaki hata ve kavram yanlışlarını öğrenmek amacıyla, 12 adet açık uçlu sorunun bulunduğu bir sınav yapılmıştır. Bu sınav, 2002-2003 Öğretim yılında Balıkesir Muharrem Hasbi Lisesinde okuyan lise üçüncü sınıf öğrencilerinden F (Fen) şubelerinden 35 ve TM (türkçe-matematik) şubelerinden 35 öğrenci olmak üzere toplam 70 öğrenciye uygulanmıştır.

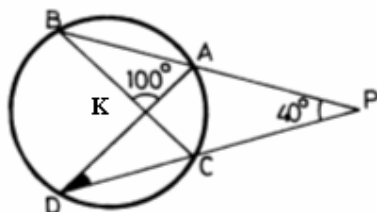
Öğrencilerden alınan sonuçlar, cevapsız, yanlış ve doğru olmak üzere üç grupta incelenmiş ve yüzde grafikleri alınmıştır. Bunun yanında yanlış görülen cevaplar, ayrıntılı bir şekilde değerlendirilmiş ve öğrenci cevap kağıtlarında yapılan kavram yanlışları sonucundaki hata analizleri tablolarda gösterilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde, öğrencilere sorulan soruların değerlendirilmesi tablo yardımı ile vermeye çalışılmıştır. İlk olarak verilen tablolar, sorudaki yapılan hatalar yardımı ile ne tür kavram yanlışlarının oluştuğunu, sonrasındaki tablolar ise öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların dağılımını ve yüzdesini göstermektedir.

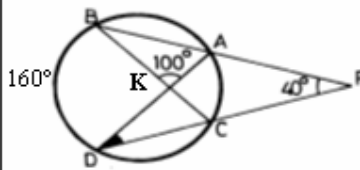
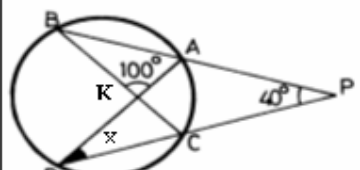
3.soru aşağıda verilmiş olup, bu soruda bir iç açısı ve dış açısı verilen çemberde; aynı yayları gören çevre açılar yardımı ile bir üçgende iki iç açının toplamının kendilerine komşu olmayan dış açiya eşit olduğunun kullanılması beklenmektedir.

Soru 3



Şekildeki çemberde
 $m(\hat{BEA}) = 100^\circ, m(\hat{CPA}) = 40^\circ$
 ise, ADC açısının ölçüsü kaç derecedir?

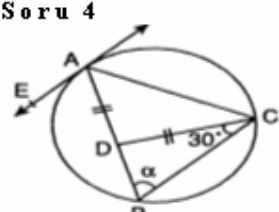
Tablo 1. Soru 3'te Yapılan Hata ve Yanılgı Örnek Tablosu

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
3.1		BKA açısı merkez açı olup, BA yayının ölçüsü 100° dir. BKDa açısı 80° ve BD yayı 160° dir	9 (TM)
3.2		AC yayı, APB açısının iki katı olup, 80° ve $x = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$ dir.	3 (TM) 1 (Fen)

Tablo.1'de yapılan ilk yanılgı, K noktasının çemberin merkezi olarak verilmediği halde, merkez açı kabul edilmesidir. Bu durum, yanlış işleme neden oluyor. İkinci olarak, APC dış açısının ölçüsünün iki katı, AC yayının ölçüsüne eşitlendiğinde yanlış sonuç bulunuyor.

Buna göre öğrencilerin, merkez açı verilmediği halde, çember içindeki noktayı merkez kabul etmeleri ve dış açının gördüğü yaylardan küçüğünün ölçüsünü bulurken, merkez açının çevre açı gibi algılanıp iki katını almaları kavram yanılgısıdır. Ayrıca, soruları cevaplayamayan öğrenciler, sorudaki AC yayını gören açılar, yani ADC açısı ile ABC açısının ölçüleri eşit olduğunu ve ADP açısı ile x açısının toplamının BAK açısına eşit olacağını görememektedirler. Burada, "üçgen konusundaki iki iç açının toplamının ölçüsü, bu açılara komşu olmayan dış açıya eşittir" kuralı hatırlanmamaktadır.

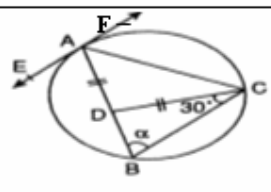
Soru 4



Şekilde $[AE] \parallel [BC]$, $|AD| = |DC|$
 $m(\hat{CEE}) = 30^\circ$ ise, $m(\hat{DBC}) = \alpha$ açısı kaç derecedir?

4.soruda, paralel doğruları kesen bir doğru yardımı ile iç ters açılar eşliğinden ve çevre açının ölçüsünün iki katının gördüğü yaya eşit olduğunun bulunması beklenmektedir. Tablo.2 incelendiğinde altı öğrenci CDB açısının ölçüsünü verilmediği halde 90° olarak kabul etmiş ve hatalı işlem yapmıştır.

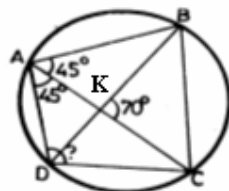
Tablo 2. Soru 4'te Yapılan Hata ve Yanılgı Örnek Tablosu

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
4.1		CDB açısının 90° ve $m(\widehat{DBC}) = \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ dir.	6 (TM)

Bu soruda, cevabı yanlış yapan veya cevaplayamayan öğrenciler, paralel doğruların bir kesen ile kesildiğinde iç ters açılar olan EAB açısı ile ABC açılarının ölçülerinin eşit olduklarını görememişlerdir. Ayrıca, soruda FAC ve EAB açıları teğet-kiriş açılar olup, sırasıyla AC ve AB yaylarının görmekteler. Aynı yayı gören teğet-kiriş ve çevre açıların ölçüleri eşittir.

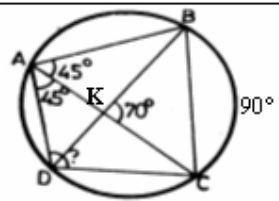
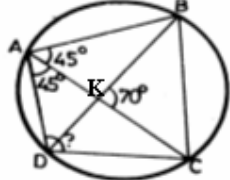
5. soruyu incelediğimizde; DAB açısının 90° olması nedeniyle, [BD] doğru parçasının çap olduğunun görülmesi, aynı yayı gören çevre açıların eşliğinin uygulanması ve iç açının ölçüsünün; gördüğü yayların toplamının yarısı olduğunun bilinmesi beklenmektedir.

Soru 5. Şekilde verilenlere göre,



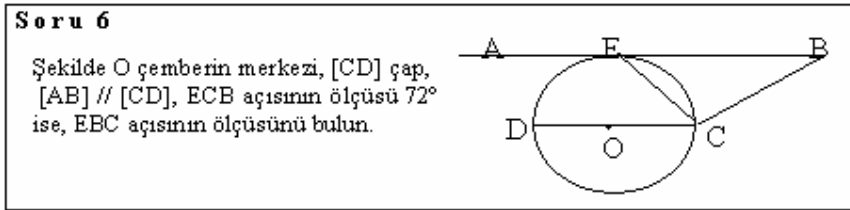
$m(\widehat{ADC}) = ?$

Tablo 3. Soru 5'te Yapılan Hata ve Yanılgı Örnek Tablosu

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
5.1		AKD açısı 70° ve ADK açısı 65° dir. BD açıortay olup, ADB ile BDC açısı eşit olup, 65° er derece ve ADC açısı $65^\circ \cdot 2 = 130^\circ$	3 (TM)
5.2		ABCD deltoiddir. AKD açısı 70° ve ADK açısı 65° dir. KDC açısı da 65° dir.	1 (TM)

Tablo 3'teki yanılgılar incelendiğinde; ilk olarak BD doğru parçasının açıortay olduğu kabul edilerek yanlış sonuca ulaşılmıştır. ikinci olarak ise, ABCD kirisler dörtgeninin deltoid ve yine BD nin açıortay olarak kabul edilmesi bir kavram yanılgısıdır. Bu soruyu yarısına kadar doğru yapan öğrenciler, BC yayının ölçüsünün 90° olduğu bulmuş, ancak DAC ile DBC çevre açılarının aynı yayı gördüklerini bulamamışlardır.

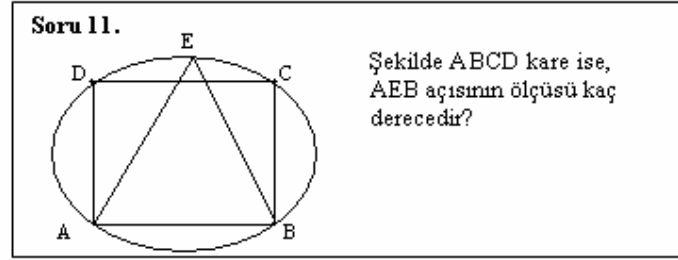
6.soruda, paralellik olması nedeniyle ve ECO açılarının eşliği görülerek, teğet-kiriş açısı (CEB)nin gördüğü yay (EC) ile, çevre açısı (ECD)nin gördüğü yay (ED)ın toplamının yarım çember yayı (DEC yayı)nın ölçüsüne eşit olduğunun bulunarak sonuca gidilmesi beklenmektedir.



Tablo 4. Soru 6'da Yapılan Hata ve Yanılgı Örnek Tablosu

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
6.1		EBO açısı ile OBC açısı 36° şar derece ve $ EB = EC $ olup, Buradan EBC açısı 72° dir.	1 (11F)
6.2		BCF açısı ile ECO açısı eşit olup, 54° dir. ED yayının ölçüsü 108° , EC yayı 72° ve EBC üçgeninden EBC açısının ölçüsü 36°	1 (11F)
6.3		CEB açısı 90° dir. O halde, EBC dik üçgeninde iç açılar toplamından; EBC açısının ölçüsü, 18° olur.	1 (TM)
6.4		CEB açısının ölçüsü ile CBE eşit olup, 54° dir.	3 (TM)

6.soruya verilen cevaplar incelenerek yapılan tablo 4'de ilk durumda, OB nin açortay ve EBC üçgeninin ikizkenar üçgen olarak kabul edilerek, hatalı bir sonucun bulunduğu görülmektedir. İkinci durumda, OC doğru parçası OCF doğrusal olacak şekilde uzatılmış ve ECO açısının ölçüsü ile BCF açısının ölçüleri eşitlenerek kavram yanılgısı oluşturulmuştur. Üçüncü durumdaki öğrenciler, verilmediği halde CEB açısının ölçüsünü 90° kabul etmişler ve sonucu hatalı bulmuşlardır. Dördüncü cevabı veren öğrenci ise, CEB üçgenini ikizkenar üçgen olarak kabul etmiştir. Soruyu yanlış yanıtlayan öğrenciler, verilen paralelliği iyi analiz edememişler, merkez ile teğetin değme noktasını birleştirmemişler ve ayrıca, çevre açılarıyla yaylar arasındaki ilişkiyi uygulamamışlardır. Soruda, E noktası teğetin değme noktası olup, merkez ile birleştirilirse, OEB açısı ve EOC açısı dik açı olup, EOC ikizkenar dik açılı üçgeninde ECO açısının ölçüsü 45° bularak, paralellik yardımı ile ECO ve CEB açılarının eşliğinden de sonuca ulaşılabilir.



11. soruda, A ve C noktalarının birleştirilerek, [AC] doğru parçasının çap ve karenin köşegeni olduğunun bulunması ve aynı yayı gören çevre açılarının eşliğinden sonuca gidilmesi beklenmektedir.

Tablo 5. Soru 11’de Yapılan Hata ve Yanılgı Örnek Tablosu

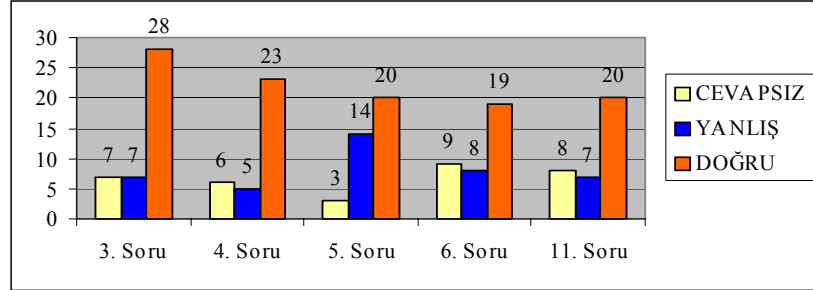
Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
11.1		AEB üçgeni eşkenar üçgen olup, AEB açısının ölçüsü 60° dir.	2 (F) 2 (TM)
11.2		AE, açıortaydır. EAB açısı ile EBA açısının ölçüsü 45° er derecedir. AEB açısı, $180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$ dir.	3 (TM)
11.3		$60^\circ + 75^\circ + x = 180^\circ$ $x = 45^\circ$ dir.	1 (F)
11.4		KBE açısı 10° ve EBC açısı 20° dir. EAB açısı ile KAB açısının ölçüsü 60° ar derecedir. $x = 60^\circ + 60^\circ + x + 10^\circ + 20^\circ = 180^\circ$, $x = 50^\circ$	1 (F)

Tablo.5 incelendiğinde, ilk durumda öğrenciler, soruda verilmediği halde, AEB üçgeninin eşkenar olduğunu kabul ederek yanlış cevap buldular. İkinci durumda, [AE] doğru parçası, karenin köşegeni kabul edilerek, hatalı bir sonuç bulundu. Üçüncü durumda ise, AE ve EB kesişiminin ayırdığı açılar hatalıdır. Dördüncü durumda, bir ikizkenar üçgen oluşturulması ve çözümün bununla bağlantılı devam etmesi ile hatalı sonuç bulunmuştur. Benzer hatalar yapan öğrenciler, karenin köşegenlerini çizme yoluna gidememişler, şekildeki üçgenlerin

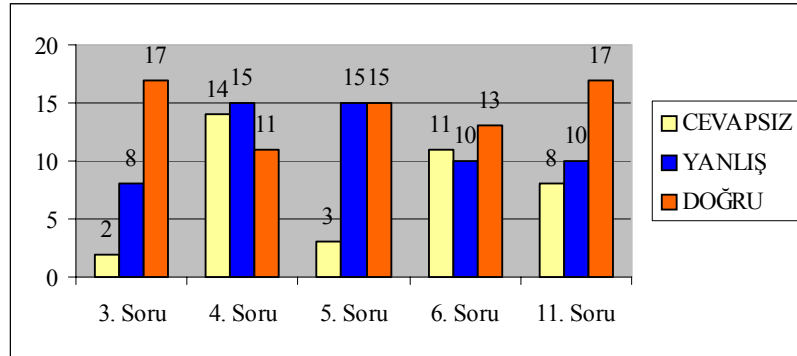
verilmediği halde açı değerlerini yanlış değerlendirerek, kavram yanılgıları ile birlikte işlem hataları yapmışlardır. Ayrıca, sorudaki ABCD dörtgeninin kare verilmesine rağmen, öğrenci, hem çember üzerinde hem de karenin köşeleri olan noktalarla ilgili bağlantıları uygulayamamıştır.

Tablo 6’da ise, soruların cevaplanma yüzdeleri görülmektedir. Buna göre, öğrencilerin doğru cevaplanan sorularla, sorunun düzeyi arasında bağlantı kurulabilir. Yani, birden çok bağıntı ve kavram içeren sorularda yanlış cevap ve cevapsız bırakma yüzdeleri artmaktadır.

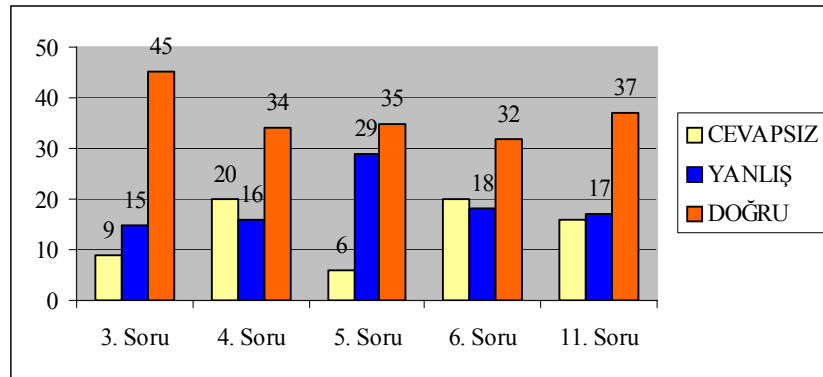
Tablo 6. Fen Şubelerindeki Öğrenci Cevaplarının Yüzdeleri



Tablo 7. TM şubelerindeki Öğrenci Cevaplarının Yüzdeleri



Tablo 8. Tüm Sorulardaki Cevapların Yüzdeleri



4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, öğrencilerin çemberde açılar konusundaki hataları ve kavram yanılgıları açısından incelenmiştir. Sorulara verilen cevaplar incelendiğinde (tablo 6 ve 7), özellikle Fen şubelerindeki öğrencilerin TM (türkçe-

matematik) şubelerindeki öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Bunun nedeni ise, lise birinci sınıftan sonra lise ikinci sınıfa gelen öğrenci, matematik ve geometri düzeyindeki başarı durumunu gözönüne alarak yukarıda belirtilen alanı seçmek zorundadır. Bu aşamadan sonra TM bölümlerindeki öğrencilerde geometri başarı düzeyi oldukça yavaş yükselmektedir.

Yapılan sınav tüm öğrenciler açısından değerlendirildiğinde, ortaöğretim öğrencilerinin çemberde açılar konusunda birçok işlem hatası yaptıkları tespit edilmiştir. Bu konudaki kavram yanlışlarının çoğu, çevre açısı ile merkez açısının özelliklerinin karıştırılması ile gerçekleşmiştir. Ayrıca, öğrenci sorulardaki veriler iyi analiz edememekte, çember içerisindeki üçgen ve dörtgen bölgeledeki bazı özellikler arasında bağlantı kuramamaktadır.

Öğrencilerde saptanan hata ve kavram yanlışlarının nedenleri arasında, öğrencilerin Van Hiele'in dördüncü düzeyi olarak bilinen mantıksal çıkarım düzeyinde açıklanan geometrik ispatları yaparken aksiyomatik yapıyı ve geometrik şekillerdeki özellikleri uygun biçimde kullanmalarını alınabilir.

Öğrencilerin, geometrik düşünme yeteneklerinin geliştirilmesi için, öncelikle kavramlar arasındaki bağıntıların ayrıntılı açıklanması gerekmektedir. İyi planlanmış etkinlikler, uygun araçlar ve öğretmenin desteğiyle öğrenciler, geometriyle ilgili kuralları keşfedebilirler ve geometrik düşünceleri usavurmayı öğrenerek kavram yanlışlarını giderebilirler.

Yukarıdaki bulgu ve yorumların karşılaştırılmasını sağlamak amacıyla, benzer çalışmaların daha geniş örneklem seçilerek yapılmasına ihtiyaç vardır. Bu tür çalışmalar ile, fen ve tm alanlarındaki geometri düzeyi Van Hiele düzey belirleme yöntemi ile ölçülerek, hata ve kavram yanlışlarının giderilmesinde gerekli yöntemler bulunabilir.

KAYNAKLAR

- Altun, M. (2000). Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa yayıncılık. 349- 355.
- Baki, A. & Bell, A. (1997). Ortaöğretim Matematik Öğretimi. Y.Ö.K yayınları.
- Ersoy, Y. (2003, Nisan 30). Matematik Okur Yazarlığı II. : Hedefler, Geliştirilecek Yetiler Ve Beceriler. <http://www.matder.org.tr> (2003, Ekim 24).
- NCTM (2000). <http://standards.nctm.org/document/chapter7/geom.htm> (2003, Ekim 24).
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları Ve Kavram Yanlışları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16-17: 95-104.
- Ülgen, G. (2001). Kavram geliştirme. Ankara: Pegem Yayıncılık, 109.